

XIV. Objectifs du cours de 5^{ème} - mathématique 6h

Dans les objectifs développés ci-dessous, nous regrouperons différentes compétences terminales sous une même dénomination.

A savoir :

Compétence 1 : savoir, connaître, définir, démontrer (dans des situations rencontrées en classe)

Compétence 2 : Calculer, appliquer, représenter et utiliser une calculatrice ou un logiciel mathématique

Compétence 3 : modéliser, résoudre des problèmes (analytiquement et à l'aide de technologies), synthétiser, généraliser, démontrer (dans une situation nouvelle)

Ces 3 compétences sont exercées au cours des différents chapitres selon le plan ci-après.

I Généralités sur les fonctions : rappels et prolongements

Compétence 1:

1. Connaître les caractéristiques du graphe d'une fonction du 1^{er} degré (rév. de 4^{ème})
2. Savoir résoudre une équation du premier ou du second degré dans \mathbb{R} (révision de 4^{ème})
3. Connaître les caractéristiques d'une fonction du second degré (révision de 4^{ème}).
4. Connaître la règle du signe d'une fonction du premier degré ainsi que celle d'une fonction du second degré et les interpréter graphiquement (révision de 4^{ème}).
5. Connaître les méthodes de reconnaissance d'une fonction du premier degré et d'une fonction du second degré dans un tableau de valeurs et savoir les démontrer.

Compétence 2:

1. Résoudre des exercices liés aux fonctions du premier ou du second degré.
2. Utiliser un tableau de Horner
3. Rechercher des domaines de définition de fonctions amenant à résoudre
 - des inéquations réductibles à une inéquation du type $A > 0$ (ou $<$, \leq , \geq) où A est un produit ou un quotient d'expressions du type $ax + b$, ou $ax^2 + bx + c$ en utilisant la règle du signe d'une expression du premier ou du second degré.
 - des systèmes d'inéquations du type précédent.
 - des équations irrationnelles.
4. Savoir déterminer dans un tableau de valeurs si on a affaire à une fonction du premier ou du second degré. Savoir ensuite déterminer cette fonction.

Compétence 3:

1. Exprimer des quantités "en fonction" d'autres dans des cas concrets
2. Résoudre des problèmes d'optimisation en utilisant la calculatrice.

II Fonctions particulières - fonctions déduites.

Compétence 1:

1. Connaître les définitions de graphe cartésien et domaine d'une fonction, fonction croissante, décroissante, maximum, minimum, extremum, fonction périodique, fonction paire ou impaire.
2. Connaître les caractéristiques (domaines, racines, croissance et décroissance, asymptotes) des graphes des fonctions particulières étudiées en classe (\sqrt{x} , x^n $n \in \mathbb{Z}$, $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$, $|x|$, $E(x)$)
3. Connaître les liens (transformations du plan) entre les graphes de la fonction $f(x)$ et celui des fonctions $f(x) + k$, $f(x + k)$, $-f(x)$, $k.f(x)$, $f(-x)$, $f(kx)$,

Compétence 2:

Utiliser les points de connaissance ci-dessus pour tracer les graphes de fonctions déduites des fonctions de base et déterminer l'ordre des manipulations à employer pour représenter une telle fonction. (exemple : telle que $2\sqrt{1-2x} + 5$)

Compétence 3:

Etant donné le graphique d'une fonction pouvoir établir sa valeur par rapport à une fonction de référence (par exemple une fonction du type $y = a \sin (bx + c) + d$)

III Progressions arithmétiques et géométriques.

Compétence 1:

1. Pouvoir expliciter le terme général d'une suite de manière récurrente ou de manière explicite (et en particulier dans le cas d'une P.A ou d'une P.G)
2. Connaître les formules de la somme de n termes successifs d'une P.A. ou d'une P.G. et les démonstrations de ces formules.

Compétence 2 et 3:

1. Résoudre des exercices utilisant les formules précédentes.

IV Limites et asymptotes

Compétence 1:

1. Pouvoir expliquer la notion de limite
2. Expliquer la valeur du nombre d'or
3. Connaître les définitions de limite d'une suite dans les différents cas (limite égale respectivement à 0, $\pm \infty$ ou un réel a)
4. Connaître les définitions de limite d'une fonction en un réel a ou en $\pm \infty$
5. Connaître les règles de calcul des limites : limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient
6. Préciser les limites particulières de la fonction $f(x) = \frac{1}{x}$
7. Connaître les conditions à vérifier pour qu'une droite soit asymptote horizontale, verticale ou oblique d'une fonction et savoir démontrer les valeurs de a et b dans le cas d'une asymptote oblique $y = ax + b$.
8. Connaître la définition d'une fonction continue en un point a.

Compétence 2:

1. Calculer la limite en a d'une fonction non définie en a dans le cas d'une fonction rationnelle ou irrationnelle (technique de la multiplication par le binôme conjugué)
2. Calculer la limite en $\pm \infty$ d'un polynôme ou d'un quotient de 2 polynômes.
3. Calculer la limite en $\pm \infty$ d'une expression telle que : $\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 - 3}$ (multiplication par le binôme conjugué et mise en évidence du terme de plus haut degré avec séparation des cas $+\infty$ et $-\infty$)
4. Calculer des limites de fonctions trigonométriques.
5. Rechercher les asymptotes horizontales, verticales ou obliques d'une fonction.

VI Dérivées

Compétence 1:

1. Connaître les notions d'accroissement de variable, de fonction, de taux d'accroissement moyen et leur signification graphique
2. Connaître la notion de dérivée d'une fonction comme limite du taux d'accroissement moyen d'une fonction lorsque l'accroissement de la variable tend vers 0 et son interprétation graphique.
3. Connaître la définition d'une fonction dérivable à gauche d'un point a – à droite d'un point a - en un point a ou sur un ensemble.
4. Connaître et savoir démontrer le lien entre continuité et dérivabilité.
5. Connaître les règles de calcul des dérivées (dérivée de la fonction identique, d'une constante, de $kf(x)$, de $f(x) + g(x)$, de $f(x).g(x)$, de $(f(x))^n$, de $\sqrt{f(x)}$, de $\frac{1}{f(x)}$, de $\frac{f(x)}{g(x)}$ et de la composée de 2 fonctions.) et les démonstrations de ces règles.
6. Connaître les valeurs des dérivées des fonctions trigonométriques de base ($\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\cot x$) et leurs démonstrations.

Compétence 2:

1. Calculer la dérivée d'une fonction simple à partir de la valeur de son taux d'accroissement moyen (ex : pour des polynôme jusqu'au degré 3, \sqrt{x} , $\frac{1}{x}$ )
2. Calculer des dérivées en utilisant les règles (dérivées de sommes, produits, puissances)
3. Déterminer l'équation de la tangente à une courbe dans différentes conditions.

VI Etudes de fonctions.

Compétence 1:

1. Connaître le rôle des dérivées premières et secondes dans l'étude d'une fonction
2. Connaître la notion de maximum, minimum, point d'inflexion
3. Reconnaître les fonctions homographiques et leurs caractéristiques.

Compétence 2:

1. Pouvoir associer le graphe d'une fonction à celui de sa dérivée.
2. Etudier les variations d'une fonction polynôme, homographique, rationnelle ou trigonométrique.

VII Etudes de fonctions : quelques compléments.

Compétence 1:

1. Connaître les définitions de points anguleux et de points de rebroussement.
2. Connaître les énoncés des théorèmes des valeurs intermédiaires, de Rolle et de Lagrange et pouvoir les expliquer à partir d'un graphique.
3. Connaître les liens existant entre les graphes de 2 fonctions et celui de leur produit, entre le graphe d'une fonction et celui de son inverse, entre le graphe d'une fonction et celui de sa racine carrée.

Compétence 2:

1. Justifier le comportement d'une fonction en un point particulier (extrémum, point d'inflexion, de rebroussement ...)
2. Dédire des graphes les uns des autres (produit de 2 fonctions, inverse d'une fonction, racine carrée d'une fonction.)
3. Déterminer les racines d'une fonction par la méthode de dichotomie ou par la méthode de Newton

VIII Applications de la dérivée.

Compétence 1:

Connaître le rôle de la dérivée première dans l'étude de la croissance d'une fonction.

Compétence 2 et 3:

1. Résoudre des problèmes d'optimisation : mise en équation dans des cas concrets et recherche des maxima et minima
2. Calculer une vitesse ou une accélération comme dérivées respectives de l'espace ou de la vitesse et en déduire l'étude du mouvement d'un corps.
3. Résoudre des problèmes concrets utilisant le calcul des taux de variation associés.

IX Trigonométrie.

Compétence 1:

1. Connaître les prérequis (établis en 4^{ème}) à savoir : cercle trigonométrique, nombres trigonométriques, relations liant les unités d'angles, égalité fondamentale, relations dans les triangles rectangles et quelconques.
2. Connaître les formules trigonométriques de base :
 - formules d'addition, de duplication, de Carnot, de Simpson
 - les formules inverses
 - expression de $\sin a$, $\cos a$, $\tan a$ en fonction de $\tan \frac{a}{2}$et les démonstrations permettant d'établir ces formules.
3. Connaître les 3 types d'équations trigonométriques fondamentales et l'expression de leurs solutions.

Compétence 2:

1. Transformer des expressions comportant des nombres trigonométriques en utilisant les formules de base dans des vérifications d'identités, afin de factoriser une expression...
2. Etablir la valeur de nombres trigonométriques cherchés sous certaines contraintes à partir d'autres valeurs connues en utilisant les formules trigonométriques de base
3. Résoudre des équations trigonométriques
 - élémentaires
 - à transformer à partir des relations entre angles associés
 - à transformer à partir des formules trigonométriques de base

- linéaires
 - homogènes ou à transformer pour les rendre homogènes (jusque les degrés 3 ou 4 et à factoriser ensuite par le tableau de Horner)
4. Résoudre des inéquations trigonométriques élémentaires ou aisément transformables en inéquations trigonométriques élémentaires.

Compétence 3:

1. Exercices généraux utilisant les notions précédentes et notamment utilisation des résolutions d'équations et inéquations trigonométriques dans la recherche de racines d'une fonction trigonométrique, intersection d'une telle fonction avec une droite horizontale, recherche de domaines ...

X Matrices – Déterminants – Systèmes d'équations
--

Compétence 1:

1. Connaître la notion de matrice
2. Connaître les opérations matricielles et leurs propriétés.
3. Connaître le schéma de résolution d'un système de 2 équations à 2 inconnues par le système de Cramer et sa généralisation à un système de 3 équations à 3 inconnues.
4. Connaître les propriétés des déterminants et leurs démonstrations.
5. Connaître les principes d'équivalence des systèmes d'équations

Compétence 2:

1. Calculer la somme de 2 matrices, le produit d'une matrice par un scalaire, le produit de 2 matrices.
2. Calculer le déterminant d'une matrice 3x3 par la méthode des cofacteurs et par la règle de Sarrus
3. Déterminer l'inverse d'une matrice 2x2 ou 3x3.
4. Résoudre un système de 3 équations à 3 inconnues
 - a) par la recherche de la matrice inverse
 - b) par la méthode des déterminants (système de Cramer)
 - c) par la méthode du pivot (méthode de Gauss) ou par la méthode de triangularisation. (y compris dans le cas de systèmes impossibles ou indéterminés)
5. Résoudre des systèmes $m \times n$ où m et $n \leq 3$

Compétence 3:

1. Résoudre des problèmes concrets qui se modélisent par un système d'équations.
2. Discuter des systèmes $m \times n$ à paramètres (m et $n \leq 3$).

XI Géométrie de l'espace.

Compétence 1:

1. Préciser les positions relatives des plans et des droites dans l'espace
2. Pouvoir définir droites parallèles, plans parallèles, droite et plan parallèles
3. Définir droites orthogonales, droites et plans orthogonaux, plans perpendiculaires, plan médiateur d'un segment.
4. Exprimer les critères de parallélisme a) d'une droite et un plan b) de 2 plans
5. Exprimer les critères d'orthogonalité a) d'une droite et un plan b) de 2 droites c) de 2 plans et pouvoir les démontrer. (Les points 1, 2 et 4 étant des révisions de 4^{ème})
6. Enoncer et démontrer la propriété du plan médiateur d'un segment

Compétence 2:

1. Prouver l'orthogonalité de 2 droites, d'une droite et d'un plan ou de 2 plans, notamment dans des cubes, tétraèdres...
2. Construire la perpendiculaire commune à 2 droites gauches.
3. Résoudre des problèmes liés au parallélisme et à l'orthogonalité.
4. Calculer des distances dans des figures géométriques simples (cubes, tétraèdres ...)

XII Géométrie analytique de l'espace.

Compétence 1:

1. Étendre à l'espace la notion de vecteur vue en 4^{ème} dans le plan (et les propriétés de ces vecteurs : vecteurs équipollents, somme de vecteurs, relation de Chasles, produit d'un vecteur par un réel.)
2. Connaître les équations vectorielles, paramétriques et cartésiennes d'une droite ou d'un plan.
3. Connaître la notion de produit scalaire (à partir du cosinus et à partir des projections) et ses propriétés.
4. Établir la valeur du produit scalaire de 2 vecteurs dans une base orthonormée et en déduire la valeur de la norme d'un vecteur dans une base orthonormée.
5. Connaître les conditions de perpendicularité d'une droite et d'un plan, de deux droites ou de deux plans.
6. Connaître la formule permettant de calculer la distance entre un point et un plan (et pouvoir la justifier)

Compétence 2:

1. Déterminer des équations (vectorielles, paramétriques et cartésiennes) de plans, de droites à partir de coordonnées de points et de vecteurs directeurs.
2. Résoudre des problèmes d'intersections de plans et de droites.
3. Vérifier les conditions de parallélisme et/ou de perpendicularité (entre 2 droites - entre une droite et un plan - entre deux plans).
4. Calculer le produit scalaire de deux vecteurs de l'espace et la norme d'un vecteur.
5. Déterminer l'angle entre deux plans, entre deux droites, entre une droite et un plan

Compétence 3:

1. Résoudre des problèmes généraux utilisant les situations précédentes.

Pondération

Les 3 compétences sont exercées au cours des différents chapitres et seront pondérées dans la cote globale comme suit:

- Compétence 1 : 20%
- Compétence 2 : 50%
- Compétence 3 : 30%

La cote des différents bulletins sera obtenue de la manière suivante:

- Bulletin de Toussaint : moyenne des interrogations.
- Bulletin de Noël : 40% de T.J. et 60% de l'examen.
- Bulletin de Pâques: moyenne des interrogations (de janvier à Pâques).
- Bulletin de Juin: 40% de T.J. de toute l'année, 20% de l'examen de Noël et 40% de l'examen de Juin.

en conservant bien sûr la pondération selon les différentes compétences.